

組合せ最適化問題を高速に解く デジタルアニーラの活用技術

Application of Digital Annealer for Faster Combinatorial Optimization

● 左尾 将隆 ● 渡邊 裕之 ● 武捨 悠一 ● 宇都宮 啓宏

あらまし

我々の社会には、災害復旧の手順や投資ポートフォリオの最適化など、様々な要素の組み合わせの中から最適なものを選択する「組合せ最適化問題」が存在する。組合せ最適化問題は、要素の数が増えると組み合わせの数が爆発的に増えるため、問題によっては汎用コンピュータでは現実的な時間内で解けないものがある。このような組合せ最適化問題を高速に解くアーキテクチャーとして、量子コンピュータの研究開発が進んでいる。しかし、現在の量子コンピュータは、安定動作や対応可能な問題の規模に課題がある。また、量子コンピュータに問題を解かせるためには、組合せ最適化問題をイジングモデルに変換する必要がある。これらの課題を解決するために、富士通は量子コンピューティングに着想を得た新しい計算機アーキテクチャーによる「デジタルアニーラサービス」を2018年5月にリリースした。

本稿では、お客様が抱える組合せ最適化問題をデジタルアニーラで解決する技術である問題の数式化と、QUBO(Quadratic Unconstrained Binary Optimization)への変換について解説する。また、デジタルアニーラによって新しいコンピューティング市場をグローバルに創生していく富士通の取り組みについて述べる。

Abstract

There are combinatorial optimization problems in our society—selecting the best option from combinations of various factors, such as finding the best procedures in disaster recovery efforts and optimizing investment portfolios. In combinatorial optimization problems, the number of combinations increases exponentially as the number of factors increases, which makes it extremely time-consuming for general-purpose computers to solve certain problems within a realistic time frame. Research and development in quantum computing is underway in order to solve combinatorial optimization problems quickly. However, the current state of quantum computing is limited in terms of stable operation and the size of problems it can handle. Furthermore, quantum computing requires that a combinatorial optimization problem be converted into an Ising model to solve it. Against this background, Fujitsu launched its Digital Annealer Service in May 2018. This is a new architecture inspired by quantum computing. This paper explains the technology to employ Digital Annealer to solve customers' real combinatorial optimization problems, namely, the formulation of real problems and the conversion to Quadratic Unconstrained Binary Optimization (QUBO). It also describes the initiatives at Fujitsu to leverage Digital Annealer in creating a new global computing market.

まえがき

コンピュータは20世紀半ばに登場し、急速な進化を遂げてきたことで、我々の暮らしを豊かにしてきた。現在の汎用コンピュータは演算速度をより速くするため、「ムーアの法則（半導体の集積密度は18か月で2倍になる）」どおりに微細化が進んできた。しかし、最近ではそれも限界に近づいてきたと言われている。⁽¹⁾そのため、このままでは日々増え続ける大量のデータ処理や複雑化する様々な課題の解決に対して処理能力が追いつかなくなる可能性があり、単純な演算速度の向上とは異なるアプローチの、全く新しいコンピュータの概念が求められている。その有力候補として注目されているものの一つが量子コンピュータであり、世界中で実用化に向けた取り組みが急速に進んでいる。

量子コンピュータ技術には、量子ゲート方式とイジングマシン方式がある。しかし、量子ゲート方式の量子コンピュータはまだ研究段階であり、その実現には数十年かかると言われている。また、イジングマシン方式の一つであるアニーリング方式は商用化されているものもあるが、主に二つの課題があると考えられている。一つは、量子ビットの状態を維持することが容易ではなく、ノイズに弱い安定した動作が難しい。もう一つは、量子ビットの数や量子ビット間の結合数が少ないため、適用できる問題の規模が小さいといったことである。⁽²⁾

一方で、日々増え続ける大量のデータや複雑化する様々な課題を効率良く処理することは、お客様のビジネスに必要不可欠であるため、量子コンピュータの実用化まで待つことはできない。

そこで、富士通は量子コンピュータと汎用コンピュータの双方の良さを取り入れた新しい計算機アーキテクチャーである、デジタルアニーラを開発した。デジタルアニーラは、アニーリング方式を従来のデジタル回路で実現したもので、組合せ最適化問題を高速に解くことに特化した計算機アーキテクチャーである。⁽³⁾

デジタルアニーラは、上述した量子コンピュータの二つの課題を解決する。一つ目の課題に対しては、ノイズに強いデジタル回路で実現しているため、安定した動作が保証できる。二つ目の課題

に対しては、1,024ビット規模のビット間全結合を実現していることで、より大規模な問題に適用できる。

富士通は、このデジタルアニーラを用いて、化学、金融、物流など、様々なお客様環境において問題の解決に取り組んできた。⁽⁴⁾

本稿では、この取り組みにおける「組合せ最適化問題への具体化」と「QUBOへの変換」について、事例を交えて解説する。

デジタルアニーラサービスのアーキテクチャー

デジタルアニーラサービス⁽⁵⁾は、富士通研究所が開発したハードウェアと1QB Information Technologies Inc.（以下、1QBit社）⁽⁶⁾が開発したソフトウェアを組み合わせることによって、組合せ最適化問題に対するソリューションを提供する。⁽⁷⁾

富士通研究所が開発したハードウェア⁽⁸⁾は、評価関数の二次制約なし二値最適化（QUBO：Quadratic Unconstrained Binary Optimization）を解くことに特化しており、最適解を高速に導くために二つの手法を採用している。計算時間を高速化する一括探索手法と、局所解からの脱出確率を高める探索手法である。これらの手法を用いることにより、シミュレーテッドアニーリング⁽⁹⁾などに代表される従来の手法と比べて、QUBOを解く時間を高速化する。同時に、局所解にとどまってしまう確率を下げることで、最適解を得る確率を高めている。⁽³⁾

1QBit社は、定式化した数式をQUBO形式に変換したり、イジングマシンに適した形式に変換したりできるライブラリをWeb API（Application Programming Interface）として提供している。

イジングモデルとQUBO

イジングモデルとは、強磁性体の相転移を扱うために簡易化されたモデルである。⁽⁹⁾

イジングモデルは、+1と-1の2値を取るスピン σ_i 間の相互作用によりエネルギーが決まる。スピン全体 $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \dots)$ の評価関数 $E(\sigma)$ は以下の式で表される。

$$E(\sigma) = -\frac{1}{2} \sum_i \sum_j J_{ij} \sigma_i \sigma_j - \sum_i h_i \sigma_i$$

相互作用項 静磁場項

また、スピンの代わりに0と1の2値を取る変数 $x_i = \frac{\sigma_i + 1}{2} \in \{0, 1\}$ を使い、変数全体 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots)$ の評価関数 $E(\mathbf{x})$ を表した場合は、QUBO形式になる。0と1で表せるためデジタル回路との親和性が高いこと、数式の次数を下げやすいことから、デジタルアニーラはこのQUBO形式を採用している。

問題の数式化技術

最適解を得るためには、組合せ最適化問題として解きたい課題を抽出してからデジタルアニーラで解を算出するまでに、以下の五つのステップを踏む必要がある(図-1)。

(1) 課題の抽出 (ステップ1)

お客様が抱える課題についてヒアリングを行い、その中から組合せ最適化問題として解きたい課題を抽出する。

(2) 組合せ最適化問題への具体化 (ステップ2)

抽出した課題から組合せ最適化問題として解くことができる問題を抽出する。

(3) 定式化 (ステップ3)

解決すべき問題に対して、一般によく知られている数十パターンの定式化済みの組合せ最適化問

題(巡回セールスマン問題、最大カット問題、ビンパッキング問題、最小頂点被覆問題など)が適用可能か判断する。適用できない場合は、新たな組合せ最適化問題として定式化する。ここでは、目的関数や制約条件など、数式で表せるレベルで定義する必要がある。

(4) QUBOへの変換 (ステップ4)

定式化した数式をQUBOへ変換する。

(5) 最適解の算出 (ステップ5)

変換したQUBOは、1QBit社のソフトウェアによってデジタルアニーラに適した形式に自動的に変換される。変換されたQUBOをデジタルアニーラで解くことにより、最適解を算出する。最後に、得られた最適な組み合わせを評価し、問題の解として採用するかを決定する。

次章以降では、最適解を得る上でポイントとなるステップ2とステップ4の事例を紹介する。

適用事例1：倉庫部品の部品棚の最適化

本章では、抽出した課題から組合せ最適化問題として解くことができる問題を抽出するステップ2の事例として、株式会社富士通ITプロダクツの工場において部品を収納する棚の配置場所および棚

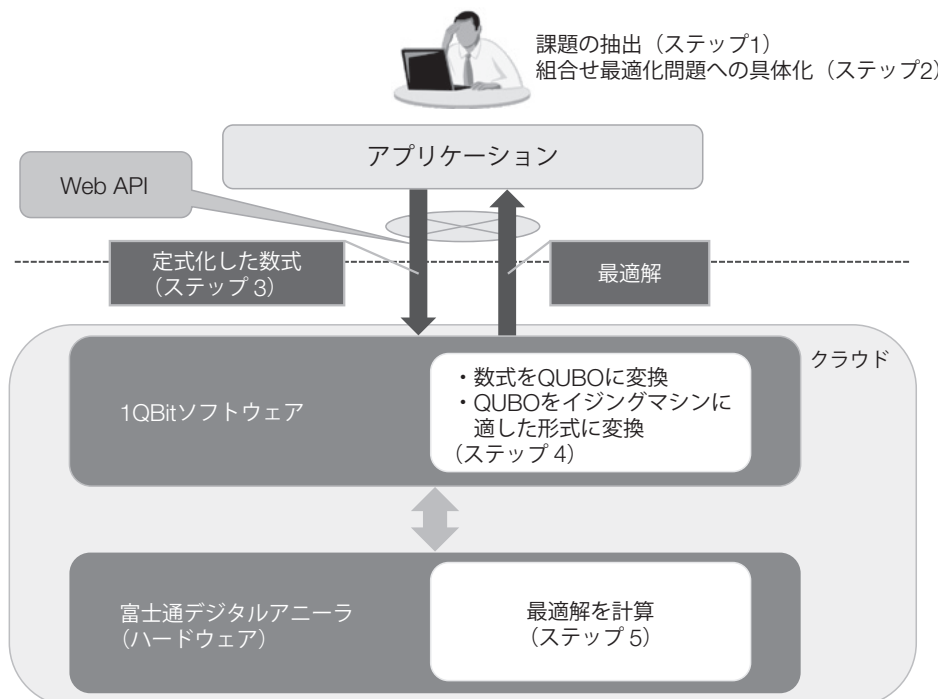


図-1 デジタルアニーラサービスの構成

のレイアウトを最適化する事例を紹介する。

本工場では、多品種少量生産を行っている。製品の種類に関わらず、共通した部品を使用することが多いため、製品ごとに棚を設けてはいない。製品を製造する際には、必要な部品のある棚を順に巡って部品を収集する。しかし、効率的に収集するルートは作業者のノウハウであり、必ずしも最適ではなかった。また、どの棚にどの部品を配置するかはこれまで人が判断していたため、その検討に時間を費やしていた。そこで、本工場では、以下の二つの課題に取り組んでいる。

- (1) 作業者のノウハウに頼らず最適化された部品収集ルートの指示を与えたい。
- (2) 部品棚に対し最適な配置を容易に導き出したい。

以降では、このうち(2)の課題を以下の手順で組合せ最適化問題に落とし込むことを例に説明する。

棚の配置を最適化する問題は、同時に収集する頻度の高い(相関が強い)部品を近くの棚に集め、同時に収集する頻度の低い(相関が弱い)部品を離れた棚に配置することで解決できる。これには、階層的クラスタリング⁽¹⁰⁾が適用できる(図-2)。

階層的クラスタリングとは、データ同士の相関を可視化する手法である。階層的クラスタリング

には、データが個別の小さなクラスタに分かれている状態から順次クラスタを併合し、クラスタの階層を生成する凝集型と、全体が一つのクラスタになった状態から始めて、再帰的に対象集合の分割を繰り返す分割型の二つの手法がある。この中で、組合せ最適化問題を解くことによって解決できる問題を抽出できる(デジタルアニーラで解きやすい)のは、分割型手法である。

分割型手法に沿ったクラスタリングを行うには、部品同士を相関の強いものと弱いものに分割できる組合せ最適化の手法の一つである「最大カット問題」が適用できる。この手法は、1QBit社が過去に金融の事例⁽¹¹⁾に適用した実績があり、本事例にも容易に転用できた。実際には、部品収集の際に使用している一定期間分の帳票のデータを活用して、重み付き無向グラフ(ノードとエッジにより構成されており、エッジに重みの付いているグラフ)を作成する。

部品をノードとし、同時収集の頻度の高さをエッジの重みとするグラフを考える。グラフの最大カット問題とは、グラフを二つに分離したときに残ったエッジの重みを最大にすることであり、ここでは同時収集の頻度が高い部品の組をできるだけ残して、部品を二つにグループ分けすることになる(図-3)。グループ分けした部品は、更に二つに分

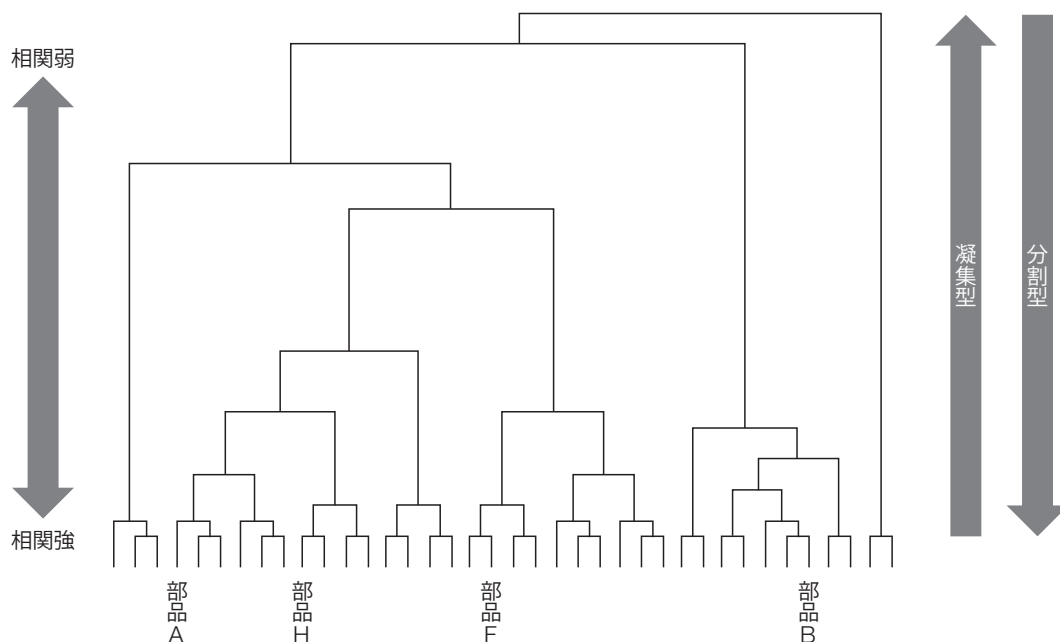


図-2 階層的クラスタリングのイメージ

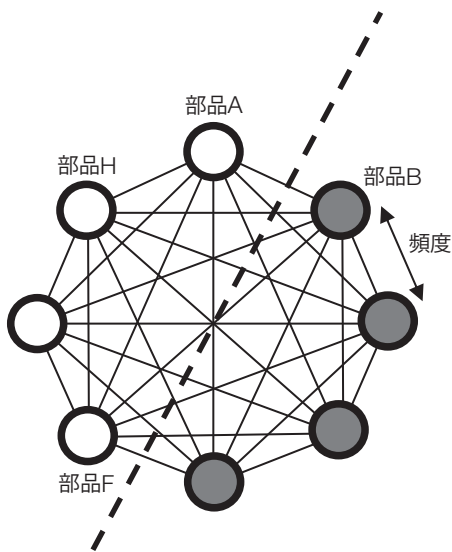


図-3 倉庫部品の相関イメージ

離してグループ分けを行い、部品が最小単位になるまでグループ分けを繰り返す。

その結果、相関の強弱によってクラスタリングすることにより、最適化した部品の配置場所と棚のレイアウトを提案できた。実際に部品と棚のレイアウトの配置を変更した場合、作業者の1か月あたりの移動距離を23.6%短縮（総移動距離が25,001 mから19,080 mに短縮）できるという検証結果が得られた。また、(2)の課題とは別に(1)の課題は作業ルートの最適化も行っており、1か月あたりの移動距離を更に21.7%短縮（総移動距離が19,080 mから14,926 mに短縮）したという結果が得られている。

このように、組合せ最適化問題を解くことによって、解決できる問題の抽出は、問題を順にモデル化・変形して既知の事例に当てはめていく考え方で実現できる。

適用事例2：作業人員配置

本章では、定式化した数式からQUBOへ変換するステップ4の事例として、流通系の国内企業において作業人員の配置を最適化した事例について紹介する。本事例は、定式化済みの組合せ最適化問題には当てはまらず、独自にモデル化・定式化した事例である。

ある作業において、勤務形態はシフト制を採用しているが、これまでは人が人員の割り当てを考

		1day				2day				7day				
$a \setminus t$		0	1	2	3	0	1	2	3	...	0	1	2	3
0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	...	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	...	0	1	0	0
2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	...	0	0	0	1
3	0	1	0	0	0	0	0	1	0	...	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0
⋮														
32	1	0	0	0	0	0	1	0	0		0	0	1	0
33	0	1	0	0	0	0	0	0	0		1	0	0	0

図-4 作業人員配置のイメージ

えていたため、その作業に長い時間を費やしていた。また、その割り当ても最適なものとは限らなかった。この問題は、以下の手順で数式として定式化し、QUBOで表現できる。

ここでは、作業員34名に1週間分のシフトを割り当てる際に、人員配置を最適化する例について解説する。図-4は、作業員の時間ごとのシフトの割り当ての有無を表す。 a が作業員(0~33の34名)、 t がシフト(0~3の4シフト/日)を表す。シフトが割り当てられている場合は1、割り当てられていない場合は0となるようにモデル化した。まず、作業員数の割り当てを最小化する式(勤務が0日になる作業員を確保する式)を目的関数とする。これを定式化すると、式(1)になる。

$$\text{作業員数} \sum_a f(a) \rightarrow \text{最小} \tag{1}$$

$$f(a) = \begin{cases} 1 & \text{if } \sum_{dt} x_{adt} > 0, \\ 0 & \text{if otherwise} \end{cases}$$

ただし、 x_{adt} は作業割り当ての有無(作業を割り当てない場合は0、割り当ての場合は1)である。また、 d は曜日(0~6の7日間)である。

更に、本事例を解く際には複数の制約条件が存在するが、本稿では代表的な二つの制約条件について述べる。

一つ目の制約条件として、作業員全体で1日にこなす必要のある作業量(S^d)と、実際に作業員へ割り当てる作業量の差が最小化されることを加える{式(2)}。

$$\min |S^d - \sum_a s^a x_{adt}| \quad (d=0, 1, \dots, 6) \tag{2}$$

ただし、 s^a は作業員のスキルである。

また、二つ目の制約条件として、各作業員が週

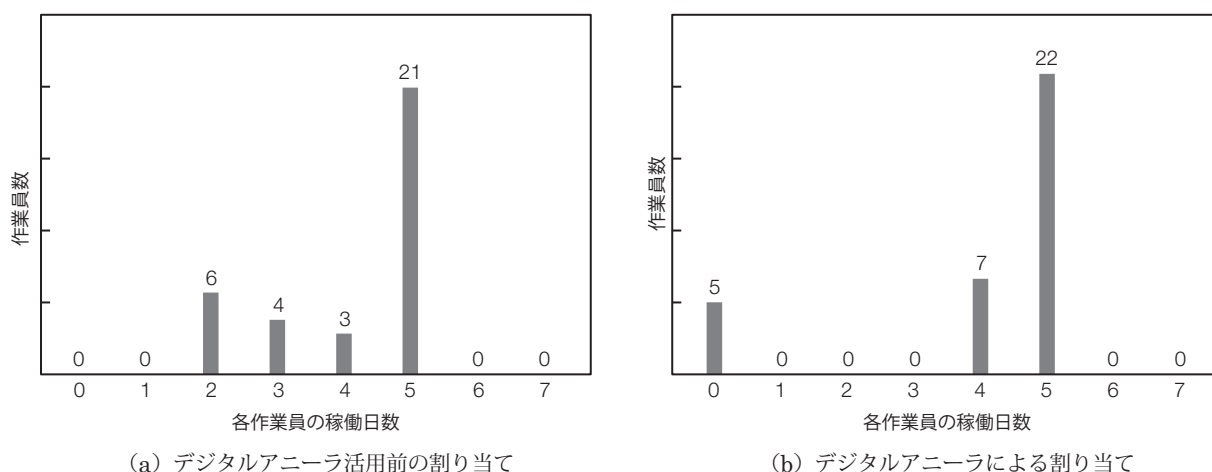


図-5 デジタルアニーラによる作業人員の割り当て結果

に2日以上休みを取ること（5日以下の勤務となること）を加える {式 (3)}。

$$\sum_{dt} x_{adt} \leq 5 \quad (a=0, 1, 2, \dots, 33) \quad (3)$$

次に、式 (1) ~ (3) をデジタルアニーラで解ける形式にするため、QUBOに変換する方法を説明する {式 (4) ~ (6)}。

まず式 (2) は、1日にこなす必要のある作業量 S^d と実際に割り当てる作業量に全く差がない場合に、最小値を取るよう変形する {式 (4)}。

$$\sum_d (\sum_{ta} s^a x_{adt} - S^d)^2 \quad (4)$$

次に、式 (1), (3) をQUBOに変換するためには、二つの補助変数 (y_{a0}, y_{a1}) を用いる必要がある。式 (3) のQUBOへの変換では、作業が割り当てられている作業員の勤務日数が0日、または2~5日の際に最小値を取るようにする。日数の範囲を与えられるように、補助変数を用いる {式 (5)}。

$$\alpha \sum_a (\sum_{dt} x_{adt} + 2y_{a0} + 5y_{a1} - 4) (\sum_{dt} x_{adt} + 2y_{a0} + 5y_{a1} - 5) \quad (5)$$

ただし、 y_{a0}, y_{a1} は補助変数 (0または1) であり、 α は重み (1.0) である。

式 (1) のQUBOへの変換では、補助変数 y_{a1} が1となる場合 (勤務日数の割り当てが0の場合) に最小値を取るようにする (後述する) {式 (6)}。

$$-\alpha \sum_a y_{a1} \quad (6)$$

例として、1番目の従業員の勤務日数について説明する。勤務日数が0のとき、 $y_{10}=0, y_{11}=1$ にすると、式 (5) は0になる。勤務日数が2または3のとき、 $y_{10}=1, y_{11}=0$ にすると式 (5) は0になる。勤務日数が4または5のとき、 $y_{10}, y_{11}=0$ にすると式 (5) は

0になる。勤務日数が1, 6, 7のとき、式 (5) は0よりも大きくなる。また、作業員 a の勤務日数が0のときに y_{a1} は1になるため、式 (6) は y_{a1} の合計を最大化することで、作業員数の最小化を表現している。

QUBOは、各変数の値が0か1になることを考慮した数式を作成する必要がある。本事例では、作業員の勤務日数や割り当て人員の最小化の範囲を表現する際に、補助変数を使用している。富士通では、本事例の補助変数を使う方法など、いくつか定石と言えるパターンを持っている。

結果として、制約条件を満足する人員割り当て作業を自動化できることが分かった。更に、作業を割り当てた人員に対しては4~5日間のシフトを割り当てたことで、作業を割り当てない人員を5名確保でき、これまで34名に割り当てていた作業 {図-5 (a)} を29名で対応可能とする結果が得られた {同図 (b)}。

このように、QUBOへの変換 (ステップ4の事例) は、補助変数利用などの定石テクニックを活用することによって実現できる。

む す び

本稿では、お客様が抱える組合せ最適化問題をデジタルアニーラで解決する技術である、問題の数式化について事例を交えて解説した。

富士通は、これまでリリース前に個別ユーザー (お客様) とのPoC (Proof of Concept: 概念実証) などの実績から、前述した五つのステップを実施するノウハウを蓄積してきた。今後も、様々な新

しい課題の解決に取り組んでいく際に、こうしたノウハウを最大限に活用することで、お客様のビジネスに貢献していく。

今後はオンプレミス版への対応や、実効規模と結合の階調数拡大、パラメーターを自動調整する機能拡張なども予定しており、より幅広い分野の問題を手軽に解くことを目指している。

更に、グローバルに新しいコンピューティング市場を創生していく。その実現のために、量子コンピューティング先進市場である北米において、人材強化、ビジネス基盤構築、お客様・パートナーとのCo-creationの積極的な推進を開始した。そして、それらを足掛かりに、グローバル市場におけるデジタルアニーラビジネスの拡大を目指していく。

参考文献

- (1) R. Colwell : The Chip Design Game at the End of Moore's Law. Hot Chips 27, 2015.
- (2) 野澤哲生：“量子コンピュータ”続々 役に立つのはどれか. 日経エレクトロニクス, Vol.1188, p.41-54 (02, 2018).
- (3) 塚本三六ほか：組み合わせ最適化問題向けハードウェアの高速化アーキテクチャー. FUJITSU. Vol.68, No.5, p.8-14 (2017).
<http://www.fujitsu.com/jp/documents/about/resources/publications/magazine/backnumber/vol68-5/paper02.pdf>
- (4) 富士通：株式会社リクルートコミュニケーションズと「デジタルアニーラ」を活用したマーケティング・テクノロジーの共同研究を開始。
<http://pr.fujitsu.com/jp/news/2018/01/29.html>
- (5) 富士通：Digital Annealer.
<http://www.fujitsu.com/jp/digitalannealer/>
- (6) 1QB Information Technologies Inc.
<https://1qbit.com/>
- (7) 富士通：富士通と1QBit、量子コンピュータ技術に応用したAIクラウドで協業を開始。
<http://pr.fujitsu.com/jp/news/2017/05/16-2.html>
- (8) 富士通研究所：量子コンピュータを実用性で超える新アーキテクチャーを開発。
<http://pr.fujitsu.com/jp/news/2016/10/20-1.html>
- (9) 西森秀稔ほか：量子コンピュータが人工知能を加速

する. 日経BP社, 2016-2017, p.70-71.

(10) 原田史子ほか：線形代数学に基づくデータ分析法. 共立出版, 2016, p.45-57.

(11) Quantum-inspired hierarchical risk parity.

<https://1qbit.com/wp-content/uploads/2016/11/1QBit-White-Paper-%e2%80%93-Quantum-Inspired-Hierarchical-Risk-Parity.pdf>

著者紹介



左尾 将隆 (さお まさたか)

富士通（株）
AIサービス事業本部
デジタルアニーラサービスに関する企画に従事。



渡邊 裕之 (わたなべ ひろゆき)

富士通（株）
AIサービス事業本部
デジタルアニーラサービスに関わる企画、コンサルティングに従事。



武捨 悠一 (むしゃ ゆういち)

富士通（株）
AIサービス事業本部
デジタルアニーラサービスに関わる企画、コンサルティングに従事。



宇都宮 啓宏 (うつのみや あきひろ)

富士通（株）
AIサービス事業本部
デジタルアニーラサービスに関わるコンサルティングに従事。